

Графоаналитический расчет П-контура

1 О чем эта статья

В предлагаемой статье рассмотрен графоаналитический способ расчета П-контура. Предлагаемый способ не позиционируется как замена другим методам расчета, его рассмотрение в большей степени вызвано теоретическим интересом решения достаточно сложной задачи простыми методами с использованием несложных вычислений и графиков. Сложность полностью аналитического решения исходной задачи состоит в выводе конечных расчетных формул через сложные математические выражения. Рассматриваемый метод позволяет обойти эти сложности и решить задачу «с нуля» простым способом, хотя фактически представляет собой то же решение, но выполняемое графически. С другой стороны, этим методом вполне можно произвести расчет П-контура с достаточной для практических целей точностью, а в случае применения дополнительных компьютерных программ, решающих нелинейные уравнения, или программ построения графиков с интерактивным выводом информации, задачу можно решить с практически идеальной, много превышающей практически требуемую, точностью.

2 Устройство методики

Рассмотрим методику. В качестве исходных данных для расчета принимается заданное значение индуктивности контура L с определенной холостой добротностью Q_0 , частота f , сопротивления нагрузки R_n и источника R_i .

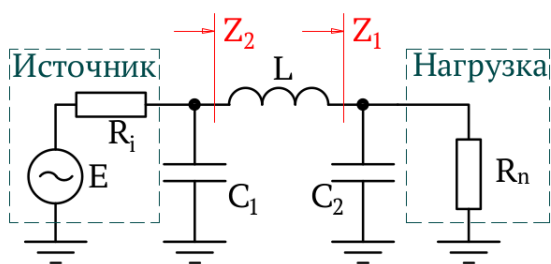


Рис. 1: Схема П-контура

Емкости C_1 и C_2 определяются расчетом. При правильном расчете П-контура его входное сопротивление на расчетной частоте должно быть чисто активным и равным сопротивлению источника или требуемому сопротивлению нагрузки генератора тока. Выходное сопротивление контура так же должно максимально близко соответствовать сопротивлению нагрузки (при конечном значении холостой добротности точное согласование по обоим портам невозможно). Для расчета обратимся к схеме П-контура, показанной на рисунке 1.

Условимся, что элементы контура представлены комплексными величинами. Попробуем найти такие комплексные сопротивления емкостей C_1 и C_2 , при которых входное сопротивление контура будет отвечать решению поставленной задачи. Учитывая, что мы имеем 5 элементов схемы (для источника учитываем только его внутреннее сопротивление) при двух неизвестных и фиксированную частоту настройки контура можно записать следующую функцию (1),

$$X_{c1} = f_1(R_n, R_i, X_L, X_{c2}) \quad (1)$$

а учитывая, что первые три элемента в скобках приняты постоянными величинами, применительно к решаемой в данном случае задаче, можно записать функцию в следующем виде (2)

$$X_{c1} = f_2(X_{c2}) \quad (2)$$

т.е. фактически мы имеем функцию одной комплексной переменной построить график которой совершенно не сложно. Для большей наглядности и удобства работы с графиками построение имеет смысл выполнять в непосредственных единицах емкости, учитывая частоту постоянной величиной для этого нет никаких препятствий. Значение мнимой части комплексного сопротивления X_{c2} определяется по формуле емкостного сопротивления, найденное значение подставляется в комплексную величину со

знаком минус. В качестве вещественной части комплексного сопротивления X_{c2} принимается нулевое значение.

Функцию $f_2(X_{C2})$, по которой необходимо построить график, можно записать через уравнение 4-х полюсника для П-образной схемы замещения. Но можно поступить проще, выполнив расчет по нижеприведенным формулам:

$$Z_1 = \frac{R_n \cdot X_{c2}}{R_n + X_{c2}} \quad (3)$$

$$Z_2 = Z_1 + X_l \quad (4)$$

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{X_{c1}} \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что

$$X_{c1} = \frac{1}{1/R_i - 1/Z_2} \quad (6)$$

Точки расчета сопротивлений Z_1 и Z_2 показаны на рисунке 1 красным цветом. Как нетрудно увидеть данная последовательность вычислений представляет собой расчет сопротивлений от выхода П-контура к его входу. Собственно говоря это весь математический аппарат, который требуется для решения задачи, т.е. всего 4 простейших действия. Осталось построить график, точнее говоря графиков будет два.

Первый график – зависимость вещественной составляющей комплексного сопротивления конденсатора C_1 , обозначим его как $R_e(X_{C1})$, от значения емкости конденсатора C_2 . Т.е. по оси X будем откладывать емкость C_2 , а по оси Y вещественную часть комплексного сопротивления конденсатора C_1 , рассчитываемого по формуле (6).

Второй график – зависимость емкости конденсатора C_1 от емкости конденсатора C_2 , емкость конденсатора C_1 будем вычислять по формуле (7), представляющей собой формулу емкостного сопротивления конденсатора, только в «перевернутом» виде

$$C_1 = \frac{1}{2\pi f(-I_m(X_{c1}))} \quad (7)$$

где $I_m(X_{C1})$ - мнимая часть комплексного сопротивления конденсатора C_1 , рассчитываемого по все той же формуле (6).

Для построения графиков подойдет любой доступный способ построения графика функции, умеющий

разделять вещественную и мнимую части комплексной величины. Автором графики построены с использованием программы GnuPlot¹ и современной версии языка программирования фортран. Расчет выполняется для заданной частоты f , в качестве независимой переменной выступает, как было сказано выше, емкость конденсатора C_2 .

Рассмотрение 1-го графика позволяет сразу и однозначно определить наличие или отсутствие решений, при этом возможны 3 варианта.

Первый вариант - решение может отсутствовать, в этом случае кривая на графике во всей области определения располагается выше оси абсцисс, не пересекает ее. Это означает, что исходное значение L выбрано неправильно и П-контур с такой индуктивностью построить невозможно. График изображен на рисунке 2.

Второй вариант – решений может быть 2, в этом случае кривая графика дважды пересекает ось абсцисс как показано на рисунке 3, при этом каждое решение будет означать постройку П-контуров с одинаковой индуктивностью но с отличающейся нагруженной добротностью и конечно разными значениями емкостей. Такие варианты контура получаются в окрестности значений нагруженной добротности близкой к критическому.

Третий вариант показан на рисунке 4, пересечение графиком оси абсцисс происходит в одной точке. Это означает, что П-контур с заданной индуктивностью имеет одно решение, чаще всего это наиболее востребованное решение для выходных каскадов радио-передающих устройств.

Здесь следует сказать, что двойное пересечение кривой первого графика оси абсцисс не всегда означает наличие 2-х корней, 2 корня будут иметь место только в том случае, если кривая второго графика расположена выше оси абсцисс в обеих найденных точках (т.е. с нужным нам реактивным сопротивлением найдена именно емкость, а не индуктивность).

Попробуем решить конкретную задачу. Рассчитаем П-контур на частоту 14 МГц. Зададимся сопротивлением нагрузки 50 Ом, сопротивлением источника 1500 Ом. Примем индуктивность равную 2 мкГн с холостой добротностью $Q_0 = 250$. Построим графики, они изображены на рисунках 5 и 6.

Определить искомые емкости по построенным графикам крайне просто. Точка пересечения кривой первого графика оси абсцисс показывает значение емкости C_2 (точка «А» на рисунке 5), видим, что значение емкости получилось равным около 350 пФ. Да-

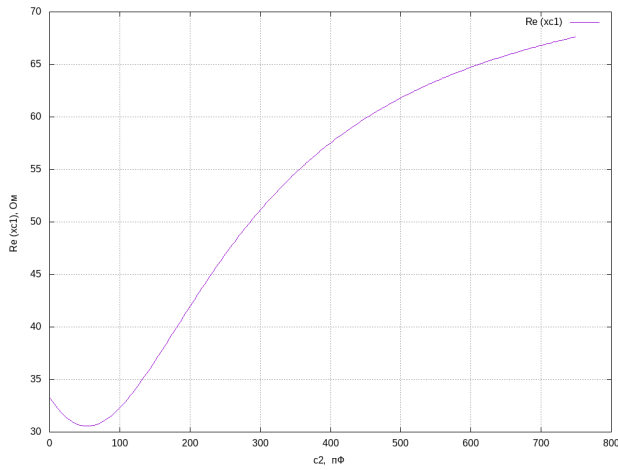


Рис. 2: нет решений

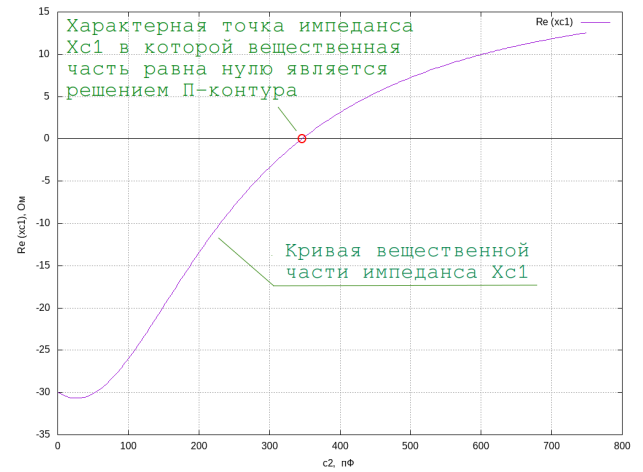


Рис. 4: есть 1 решение

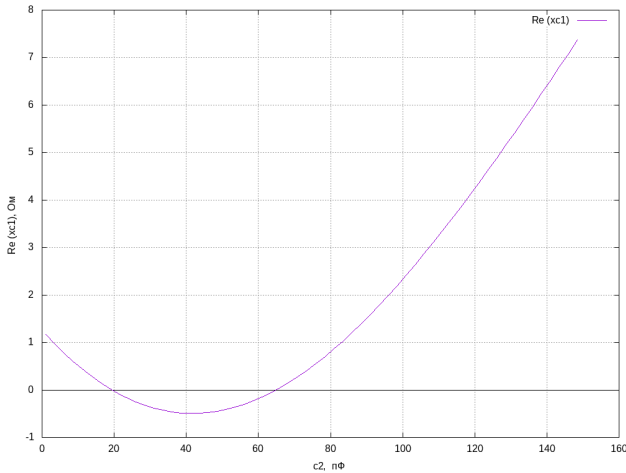


Рис. 3: есть 2 решения

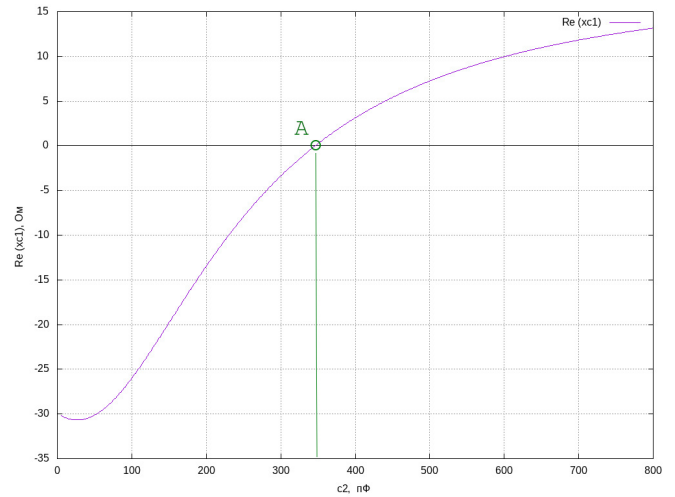


Рис. 5: определяем емкость C_2

лее берем второй график и из точки с той же самой емкостью C_2 на оси абсцисс проводим вертикальную проекцию до пересечения с кривой графика (точка «Б» на рисунке 6), горизонтальная проекция из этой точки на ось ординат укажет значение емкости C_1 , мы получили значение емкости около 73,5 пФ. Вот и все, контур рассчитан. В принципе обе кривые можно построить и на одном графике, но ввиду разных масштабов, откладываемых по оси ординат, построение отдельных графиков как правило более удобно. Для контроля можно выполнить расчеты по формулам [1] или, например, через расчет двух Г-звеньев, при этом будут получены те же самые значения индуктивности и емкостей П-контра. Добротность рассчитанного выше контра получается около 11.16, но об этом чуть ниже.

Хотя полученной точности может оказаться вполне достаточно ее можно повысить до много

больших значений. Запишем формулу входного сопротивления контра.

$$Z_{in} = \frac{Z_2 \cdot X_{c1}}{Z_2 + X_{c1}} \quad (8)$$

Учитывая, что входное сопротивление контра должно быть в точности равно сопротивлению источника можно записать следующую систему уравнений (9), приравняв разности вещественной и мнимой частей сопротивления Z_{in} с сопротивлением источника к нулю.

$$\begin{cases} R_e(Z_{in} - R_i) = 0 \\ I_m(Z_{in} - R_i) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Теперь, задав начальные приближения полученные графически, можно решить систему одним из численных методов с заданной точностью. Например,

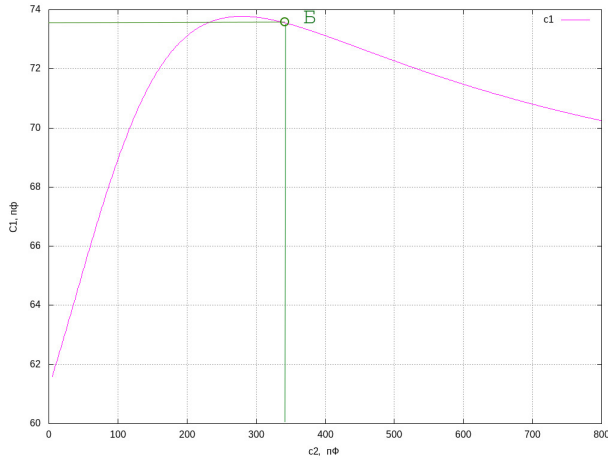


Рис. 6: определяем емкость C_1

уточнение значений емкости для рассмотренного выше примера позволило получить совершенно точные значения $C_1 = 73,53$ пФ и $C_2 = 346,22$ пФ. Теоретически во втором уравнении системы не обязательно указывать вычитание R_i ведь предполагается, что мнимая часть сопротивления генератора равна нулю, но математически такая запись ошибкой не является.

Выбор начального значения индуктивности можно произвести экспериментально, просматривая получаемые графики, однако, хотя это выходит за рамки методики, для исключения лишних итераций можно воспользоваться формулой для расчета индуктивного сопротивления катушки Г-контура, приведенной в [1]

$$X_l = \frac{R\sqrt{\eta N - 1}}{\eta N} \quad (10)$$

где N — отношение входного и выходного сопротивлений контура, R - эквивалентное сопротивление контура, η - КПД контура. Задавшись КПД (можно принять равным 0,95...0,97) ориентировочно определяется значение X_l которое можно принять за максимальное для выполнения вычислений. Однако нужно учитывать, что с такими значениями индуктивности нагруженная добротность будет невысокой, а график будет близок к графику изображенному на рисунке 3. Для получения большей нагруженной добротности величину индуктивности нужно принять с меньшим значением.

Остается вопрос определения полученной нагруженной добротности контура Q_n и его КПД. Ниже рассмотрен расчет данных параметров для режима источника сигнала как генератора тока (выход ламповых каскадов на тетрадах и пентодах). КПД кон-

тура просто вычислить зная сопротивление нагрузки и холостую добротность катушки индуктивности Q_0 , а значит и сопротивление потерь R_l катушки, ведь потери сосредоточены как раз в этом элементе схемы (потери в конденсаторах пренебрежем). Для этого преобразуем схему параллельного соединения нагрузки и емкостного сопротивления конденсатора C_2 в эквивалентное последовательное сопротивление, в результате преобразования получится схема изображенная на рисунке 7.

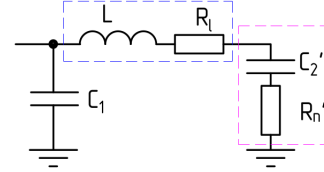


Рис. 7:

Для получения результата нужно вычислить только активную часть эквивалентного последовательного сопротивления R'_n , вычислим ее по известной формуле (11).

$$R'_n = \frac{1/R_n}{1/R_n^2 + 1/X_{c2}^2} \quad (11)$$

Из схемы на рисунке 7 видно, что рассчитать КПД можно по формуле (12).

$$\eta = \frac{I^2 R'_n}{I^2 (R'_n + R_l)} = \frac{R'_n}{R'_n + R_l} \quad (12)$$

R_l , как говорилось выше, рассчитывается по формуле холостой добротности катушки индуктивности.

$$Q_0 = \frac{X_l}{R_l} \Rightarrow R_l = \frac{X_l}{Q_0} \quad (13)$$

Зная КПД несложно вычислить и нагруженную добротность П-контура по известной формуле (14), приведенной в [1], [2].

$$Q_n = Q_0(1 - \eta) \quad (14)$$

Выходя за рамки расчета П-контура графоаналитическим методом рассмотрим еще один способ вычисления его нагруженной добротности. Ее можно рассчитать без использования значения Q_0 , однако при этом нужно использовать значения других элементов схемы, а именно емкостного сопротивления конденсатора C_1 , ведь для его вычисления в т.ч.

использовалось Q_0 , и входного сопротивления контура. Решив систему уравнений (9) и (10), в данном случае номера уравнений по [1], получим формулу (15)

$$Q_n = \frac{X_l R_i (X_{c2}^2 + R_n^2)}{X_{c1} (X_{c2}^2 X_l - X_{c2} R_n^2 + X_l R_n^2)} \quad (15)$$

Если добротность определена по данной формуле, то вернувшись к формуле (14) можно вычислить КПД.

$$\eta = 1 - \frac{Q_n}{Q_0} \quad (16)$$

Определить точное значение уровня фильтрации гармоник П-контуром можно численно, сделать это несложно задавшись ЭДС источника сигнала и сравнив выходные напряжения, просчитав контур для частот основной и следующих гармоник.

3 Практика использования

По материалу данной статьи автором написана несложная утилита, выполняющая поиск емкости конденсаторов C_1 и C_2 . Дополнительно, при найденных решениях, вычисляется нагруженная добротность (для режима источника сигнала как генератора тока), КПД П-контура и, численно, подавление 2-й гармоники в 2-х режимах источника сигнала - согласованного генератора (на основной гармонике $R_i = Z_{in}$) и генератора тока ($R_i \gg Z_{in}$ или $R_i \rightarrow \infty$). Построение графика проводится виртуально с определением характерных точек и дальнейшим уточнением решений методом Ньютона.

Утилита является экспериментальной, однако в подавляющем большинстве случаев определяет искомые значения емкостей с очень высокой точностью. В случае сообщения утилиты об отсутствии решений необходимо уменьшить величину индуктивности. Точно так же, изменяя индуктивность в области наличия решений, можно изменять нагруженную добротность контура и его КПД.

Наряду с другими программами, использующими другие методики с точным определением результата, утилиту вполне можно рекомендовать для практического расчета П-контуров промежуточных и выходных каскадов приемно-передающей радиоаппаратуры. При этом можно отметить, что в некоторых случаях бывает удобнее, в качестве одного из параметров исходных данных, иметь заданную индуктивность

П-контура, как предлагает данная методика его расчета.

Утилита скомпилирована для операционных систем windows и linux и распространяется на условиях freeware.

4 Источники

В качестве идеи для разработки способа расчета П-контура с заданной индуктивностью послужили материалы форума радиолюбителя с ником «Игорь 2»², для поиска решений основателем форума используется математическая система Mathcad. Методика, приведенная в данной статье, разработана ее автором независимо и самостоятельно и основана на известных математических методах графического отделения корней и их численного определения.

Литература:

1. Журнал «Радио» № 5, 7, 1985 г. Методика расчета П-контура передатчика, К.А. Шульгин.
2. «Справочник радиолюбителя-коротковолновика». С.Г. Бунин, Л.П. Яйленко, 1984 г.

Ссылки:

1. <http://www.gnuplot.info/>
2. <http://analogtrx.com/SMF/index.php>

RA9UEK, 2021
г. Новокузнецк